О мультипликативном представлении целевой функции в программе Contour

Смирнов В.А., http://libv.org

3 июня 2019 г.

Традиционно мультипликативная целевая функция представляется в виде среднего геометрического
$$Q = \left(\prod_i \Theta_i^{\gamma_i}\right)^{\Gamma}, \; \Gamma = \left(\sum_i \gamma_i\right)^{-1}, \tag{1}$$
где γ_i – весовые коэффициенты, отражающие предпочтения индивидуальных критериев качества.

В выражение (1) входят не исходные размерные («натуральные») индивидуальные критерии качества, а связанные с ними нормализованные безразмерные параметры $\Theta_i(Q_i)$, которые часто называют «компонентными функциями».

Традиционно компонентные функции представляются в виде
$$\Theta_i(Q_i) = \left(\frac{Q_i - Q_{i,min}}{Q_{i,max} - Q_{i,min}}\right), \tag{2}$$
где $Q_{i,min}$ и $Q_{i,max}$ – наименьшее и наибольшее возможные значения индивидуального критерия Q_i, соответственно.

Такое представление имеет ряд существенных недостатков. Первый недостаток связан с необходимостью использования именно *возможных* наименьшего и наибольшего значений – это гарантирует выполнение условий $\Theta_i(Q_i) \geqslant 0$. Может оказаться, что как минимум одно из значений $Q_{i,min}$ или $Q_{i,max}$ находится «далеко» от области критериального пространства, представляющей наибольший интерес.

Обычно этот недостаток преодолевают искусственным сокращением отрезка $[Q_{i,min};Q_{i,max}]$ – переходом к наименьшему приемлемому наибольшему целесообразному значениям индивидуального критерия качества – и дополнительным ограничением
$$\Theta_i(Q_i) = \begin{cases} 0 & \Theta_i(Q_i) < 0 \\ \Theta_i(Q_i), & 0 \leqslant \Theta_i(Q_i) \leqslant 1\,. \\ 1, & \Theta_i(Q_i) > 1 \end{cases} \tag{3}$$

Существенным является второй недостаток, связанный с тем, что задача может быть сформулирована не как минимизационная (максимизационная), а как задача приближения к заданной точке в критериальном пространстве. В этом случае представление (2) в принципе непригодно.

Развитием мультипликативного представления целевой функции является переход от (2) к представлению, которое не только гарантирует выполнение условий $\Theta_i(Q_i) \geqslant 0$, но и дает возможность решать задачи приближения к требуемому уровню индивидуального критерия. Именно, компонентные функции можно принять в виде:

$$\Theta_i(Q_i) = \begin{cases} \left(\frac{Q_i - Q_{i,min}}{i - Q_{i,min}}\right), & Q_{i,min} < Q_i < C_i \\ \left(\frac{Q_{i,max} - Q_i}{Q_{i,max} - i}\right), & C_i < Q_i < Q_{i,max} \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}, \tag{4}$$

где $Q_{i,min}$ и $Q_{i,max}$ – наименьшее и наибольшее приемлемые значения индивидуального критерия Q_i, соответственно, C_i – целевое значение индивидуального критерия Q_i.

Как и ранее, целевая функция принимается в виде среднего геометрического (1).

В программном обеспечении «Contour» представления (3) и (4) были впервые реализованы в 2001 году. В том виде, как это было сделано, эти представления включали дополнительный параметр в показателе степени:

$$\Theta_i(Q_i) = \begin{cases} 0 & \Theta_i(Q_i) < 0 \\ \left(\frac{Q_i - Q_{i,min}}{Q_{i,max} - Q_{i,min}}\right)^{R_i} & 0 \leqslant \Theta_i(Q_i) \leqslant 1 \\ 1, & \Theta_i(Q_i) > 1 \end{cases}, \tag{5}$$

и

$$\Theta_i(Q_i) = \begin{cases} \left(\frac{Q_i - Q_{i,min}}{i - Q_{i,min}}\right)^{R_i}, & Q_{i,min} < Q_i < C_i \\ \left(\frac{Q_{i,max} - Q_i}{Q_{i,max} - i}\right)^{R_i}, & C_i < Q_i < Q_{i,max} \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}, \tag{6}$$

который возник после общения с разработчиками из Финляндии, заинтересовавшимися другой моей программой.

По здравому размышлению, внесение дополнительного набора весовых коэффициентов приводит только к увеличению мировой энтропии. Начиная с текущей сборки, используются представления (3) и (4).

Для того, чтобы их использовать в программе Contour, необходимо подготовить текстовый файл (в текущей версии – в кириллической кодировке Windows CP1251!), каждая строка которого имеет вид:

```
model "имя модели" B1 B2 ... Bn <combine1|combine2> Qmin [C] Q_max gamma
```

Здесь **model** – ключевое слово, за которым следует заключенное в кавычки имя модели, после которого следуют все требуемые для нее параметры (десятичный разделитель должен соответствовать текущей системной локали Windows), далее должно следовать одно из двух ключевых слов **combine1** или **combine2**. В первом случае будет использовано соотношение (3) и должны быть указаны три параметра Q_{min}, Q_{max} и весовой коэффициент γ. Во втором случае будет использовано соотношение (4) и должны быть указаны четыре параметра Q_{min}, целевое значение C, Q_{max} и весовой коэффициент γ.

В результате будут построены линии равного уровня целевой функции, а на консоль будут выведены координаты (в тернарном пространстве), в которых она достигает своих минимального и максимального значений, а также сами эти значения. Пример задачи есть в каталоге с программой: **final_showdown.txt**. Это был финал моей кандидатской.